

Página 120

PRACTICA

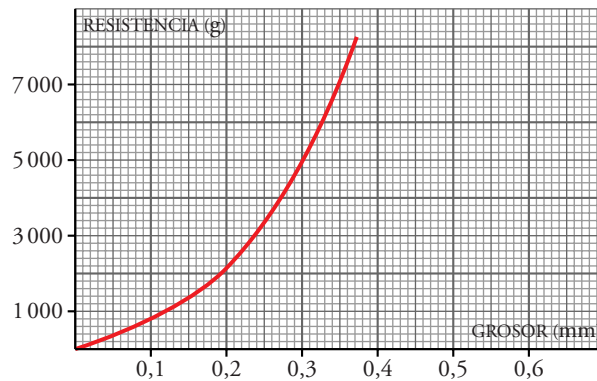
Interpretación de gráficas

1 En un libro de pesca hemos encontrado la siguiente gráfica que relaciona la resistencia de un tipo de hilo con su grosor:

a) ¿Qué grosor debe tener el sedal de un pescador que quiera pescar salmones cuyo peso no supere los 2 kg?

b) ¿Con cuántos gramos se podría romper un sedal de 0,2 mm de grosor?

¿Y de 0,35 mm?



a) Un grosor de, al menos, 0,17 mm.

b) Con más de 2 200 g se rompería un sedal de 0,2 mm.

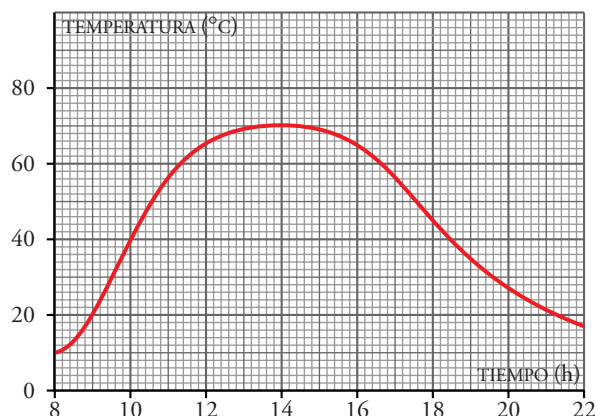
Con más de 7 000 g se rompería un sedal de 0,35 mm.

2 La siguiente gráfica nos muestra la temperatura de un radiador desde que se enciende la calefacción (8 h) hasta 14 horas más tarde.

a) ¿Cuál es la temperatura máxima que alcanza y cuándo la alcanza?

b) Calcula el aumento de temperatura por hora entre las 8 h y las 10 h. ¿Es el mismo entre las 10 h y las 12 h?

c) ¿Cuál es el dominio de definición?



d) Di en qué intervalo es decreciente la función.

a) La temperatura máxima es de 70 °C y la alcanza a las 14 horas.

b) $\frac{40 - 10}{10 - 8} = \frac{30}{2} = 15$ °C cada hora.

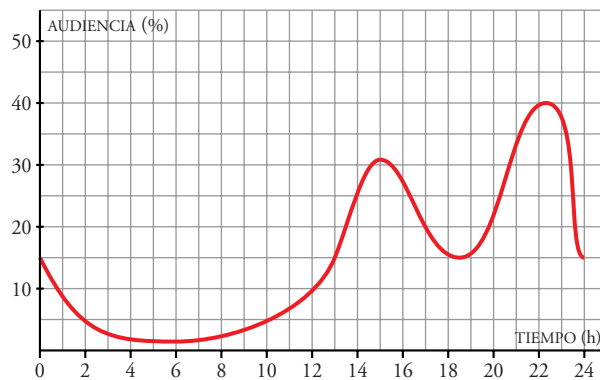
Entre las 10 h y las 12 h, el aumento de temperatura es:

$$\frac{65 - 40}{12 - 10} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

c) *Dominio* = [8, 22]

d) El intervalo de decrecimiento es [14, 22].

- 3 a) Esta curva muestra la audiencia de televisión en España en un día promedio del mes de abril de 2002. ¿Cuáles son sus puntos más importantes? Descríbela.

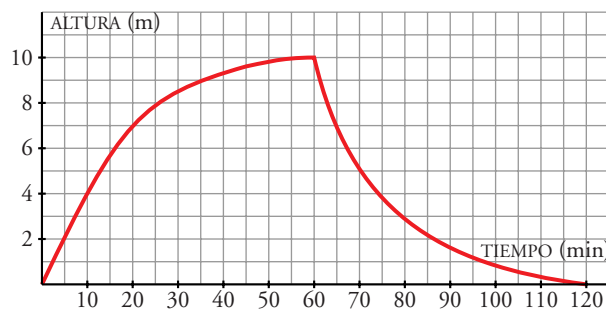


- b) Cuando se habla de audiencia se dice que España, al igual que Francia, Italia o Portugal, pertenece al grupo de países “camello” cuyas curvas de audiencia tienen dos “jorobas”. Otros países como Alemania y Dinamarca son del grupo dromedario con una sola “joroba”, que se produce alrededor de las 20 h. ¿Qué quieren decir los técnicos cuando hablan de “jorobas”?

a) A las 0 h hay un 15% de gente viendo la televisión. De esa hora en adelante decrece el porcentaje hasta las 6 h, que empieza a crecer poco a poco hasta las 15 h, que es cuando hay más de un 30% de audiencia. De nuevo baja hasta un 15% a las 18 h, y vuelve a subir muy rápido hasta un 40% de audiencia a las 22 h, que empieza a decrecer, quedándose a las 24 h en un 15%, como se empezó.

b) Las jorobas son los máximos, es decir, los puntos con un índice de audiencia más alto.

- 4 Esta gráfica muestra cómo varía la altura del agua en un depósito que se llena con una bomba y que lleva dos válvulas para regular la entrada y la salida del agua.



- a) ¿Cuál es el máximo de esta función? Explica su significado.
 b) ¿En qué puntos corta el eje de las x ? ¿Qué significan esos puntos?
 c) ¿Cuál es su dominio de definición?
 d) Di en qué intervalo es creciente y en cuál es decreciente.

a) El máximo llega a los 60 minutos y es de 10 m de altura. Esto significa que al llegar el agua a los 10 m de altura, se abre la válvula que lo vacía.

b) En $x = 0$ y en $x = 120$.

Para $x = 0$, empieza a llenarse el depósito, y para $x = 120$, es que el depósito se ha vaciado a las 2 horas.

c) Dominio = $[0, 120]$

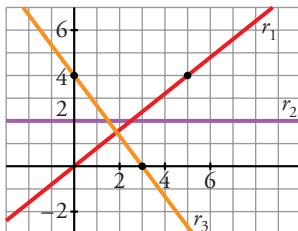
d) Creciente $\rightarrow (0, 60)$

Decreciente $\rightarrow (60, 120)$

Página 121

Gráficas y fórmulas

5 Asocia a cada recta su ecuación:



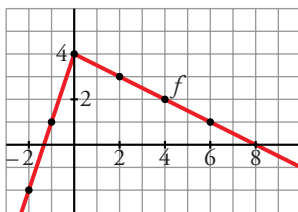
a) $y - 2 = 0$

b) $4x - 5y = 0$

c) $4x + 3y = 12$

a) r_2 , b) r_1 , c) r_3

6 Observa la gráfica de la función f y completa la siguiente tabla de valores:



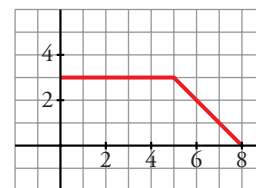
x	-2	-1	0	2	4	6	8
y	-2	1	4	3	2	1	0

7 ¿A cuál de las siguientes funciones f , g o h corresponde esta gráfica?

a) $f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ -x + 8 & \text{si } 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$

b) $g(x) = \frac{24 - 3x}{8}$

c) $h(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } 0 \leq x < 5 \\ -x + 8 & \text{si } 5 \leq x \leq 8 \end{cases}$



Corresponde a la función c): $h(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } 0 \leq x \leq 5 \\ -x + 8 & \text{si } 5 \leq x \leq 8 \end{cases}$

- 8 Comprueba si los pares de valores que figuran en la siguiente tabla corresponden a la función dada y completa los que faltan:

$$y = 3 - \frac{1}{x-2}$$

x	2,01	2,5	1,9	102
y	-97	...	13	...	3,5	103

¿Qué valor no podemos dar a x en esa función?

x	2,01	2,5	1,9	102	0	1,99
y	-97	1	13	2,99	3,5	103

A la x no podemos darle el valor $x = 2$.

Funciones lineales

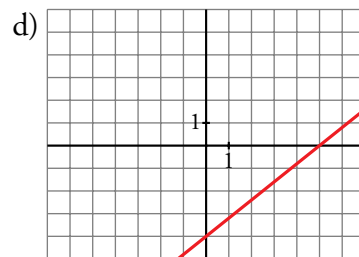
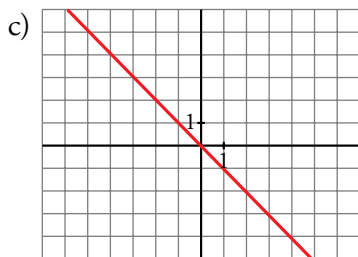
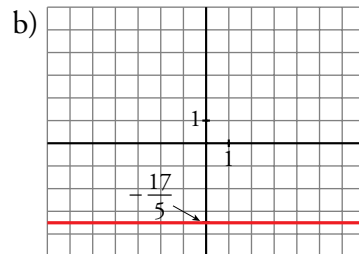
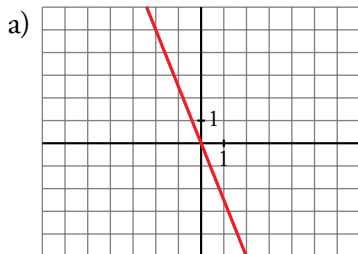
- 9 Representa:

a) $y = -2,5x$

b) $y = -\frac{17}{5}$

c) $y = -x$

d) $y = \frac{4x-20}{5}$



- 10 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

- 11 Halla, en cada caso, la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B y escribe su ecuación:

a) $A(5, 0)$, $B(0, 3)$

b) $A(-4, 1)$, $B(-2, 5)$

c) $A(2, -3)$, $B(-1, 2)$

d) $A\left(\frac{1}{2}, 3\right)$, $B\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$

$$a) m = \frac{3-0}{0-5} = -\frac{3}{5}; y = -\frac{3}{5}x + 3$$

$$b) m = \frac{5-1}{-2-(-4)} = \frac{4}{2} = 2; y-5 = 2(x+2); y = 2x+9$$

$$c) m = \frac{2-(-3)}{-1-2} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}; y-2 = -\frac{5}{3}(x+1); y = -\frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$d) m = \frac{-3/2-3}{-2-1/2} = \frac{-9/2}{-5/2} = \frac{9}{5}; y-3 = \frac{9}{5}\left(x-\frac{1}{2}\right); y = \frac{9}{5}x + \frac{21}{10}$$

12 Di cuál es la pendiente de cada una de las siguientes rectas:

$$a) y = 3x - 5 \quad b) y = \frac{2x+3}{5} \quad c) y = 3 \quad d) x - 2y + 4 = 0$$

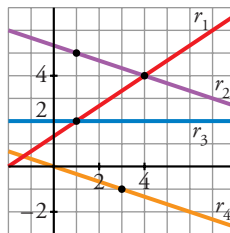
$$a) y = 3x - 5 \rightarrow m = 3$$

$$b) y = \frac{2x+3}{5} \rightarrow m = \frac{2}{5}$$

$$c) y = 3 \rightarrow m = 0$$

$$d) x - 2y + 4 = 0 \rightarrow y = \frac{x+4}{2} \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

13 Halla la ecuación de las rectas r_1 , r_2 , r_3 y r_4 .



$$r_1 \text{ pasa por } (1, 2) \text{ y } (4, 4) \rightarrow m = \frac{4-2}{4-1} = \frac{2}{3}$$

$$y-2 = \frac{2}{3}(x-1) \rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$r_2 \text{ pasa por } (4, 4) \text{ y } (1, 5) \rightarrow m = \frac{5-4}{1-4} = -\frac{1}{3}$$

$$y-5 = -\frac{1}{3}(x-1) \rightarrow y = -\frac{1}{3}x + \frac{16}{3}$$

$$r_3 \text{ es una recta paralela al eje } X \text{ que pasa por } (1, 2) \rightarrow y = 2$$

$$r_4 \text{ es paralela a } r_2 \text{ y pasa por } (0, 0) \rightarrow y = -\frac{1}{3}x$$

Página 122

14 Halla los puntos de corte con los ejes de coordenadas de estas rectas y represéntalas:

a) $y = -3 + 2(x - 1)$ b) $y = \frac{3x + 15}{5}$ c) $-x + 4y = -2$ d) $x - y = 0$

a) Eje $X \rightarrow \left(\frac{5}{2}, 0\right)$

Eje $Y \rightarrow (0, -5)$

b) Eje $X \rightarrow (-5, 0)$

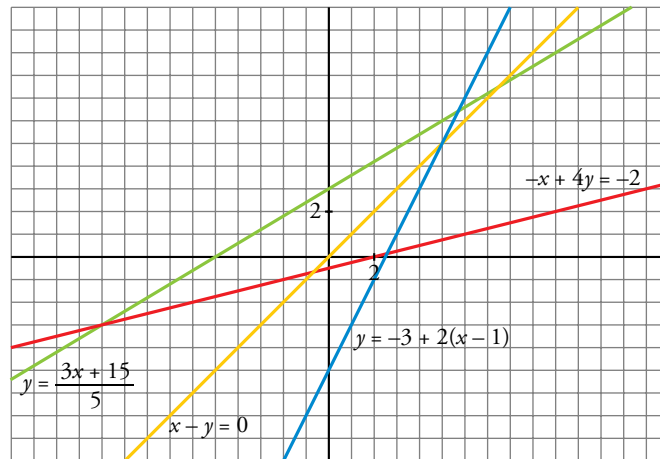
Eje $Y \rightarrow (0, 3)$

c) Eje $X \rightarrow (2, 0)$

Eje $Y \rightarrow \left(0, -\frac{1}{2}\right)$

d) Eje $X \rightarrow (0, 0)$

Eje $Y \rightarrow (0, 0)$



15 Escribe la ecuación de las siguientes rectas y represéntalas:

a) Su pendiente es $m = -\frac{2}{3}$ y pasa por el punto $P(-1, 2)$.

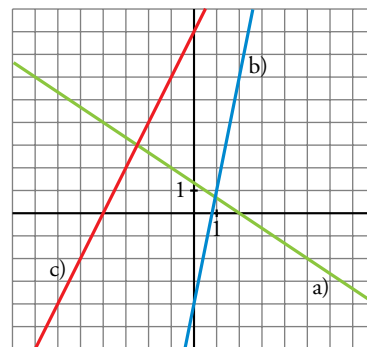
b) Su pendiente es $m = 5$ y su ordenada en el origen es -4 .

c) Es paralela a $2x - y + 4 = 0$ y pasa por el punto $P(-3, 2)$.

a) $y - 2 = -\frac{2}{3}(x + 1) \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$

b) $y = 5x - 4$

c) $y - 2 = 2(x + 3) \rightarrow y = 2x + 8$



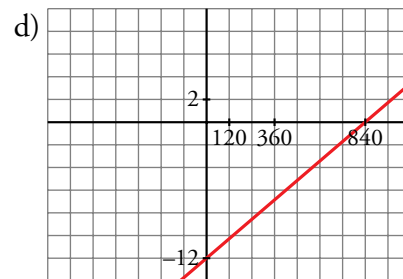
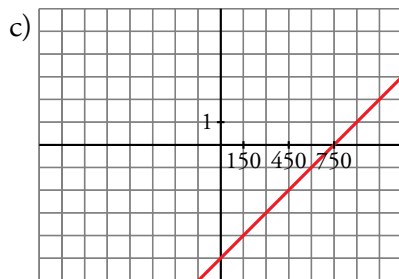
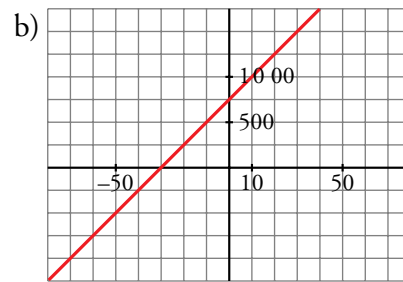
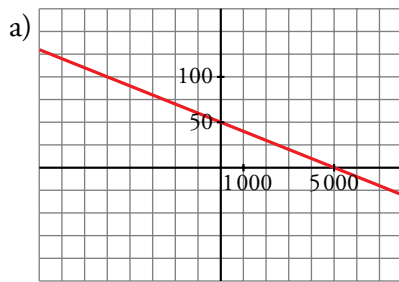
16 Representa las siguientes rectas tomando una escala adecuada en cada eje:

a) $y = 50 - 0,01x$

b) $y = 25x + 750$

c) $y = \frac{x}{150} - 5$

d) $x - 70y = 840$



17 Halla, en cada caso, la ecuación de la recta que pasa por los puntos P y Q y representála:

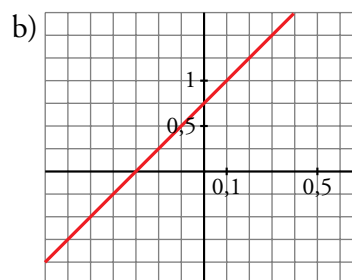
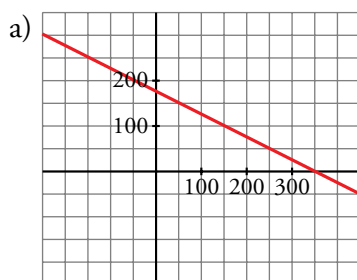
a) $P(350, 0)$, $Q(100, 135)$

b) $P(0,04; 0,85)$, $Q(0,4; 1,75)$

a) $m = -\frac{135}{250} = -\frac{27}{50}$; $y = -\frac{27}{50}(x - 350) \rightarrow y = -\frac{27}{50}x + 189$

b) $m = \frac{1,75 - 0,85}{0,4 - 0,04} = \frac{0,9}{0,36} \rightarrow m = \frac{5}{2}$

$y = 1,75 + 2,5(x - 0,4) \rightarrow y = 2,5x + 0,75$



18 Di, sin representarlas, cuáles de las siguientes rectas son paralelas:

a) $y = \frac{2x - 1}{3}$

b) $y = \frac{1}{2}$

c) $y = 2x + 3$

d) $y - 2x = -5$

e) $y = -7$

f) $2x - 3y = 0$

a) paralela a f); la pendiente de ambas es $m = \frac{2}{3}$.

c) paralela a d); ambas tienen pendiente $m = 2$.

b) paralela a e); ambas tienen pendiente $m = 0$.

19 Un fontanero cobra 18 € por el desplazamiento y 15 € por cada hora de trabajo.

a) Haz una tabla de valores de la función *tiempo-coste* y represéntala gráficamente.

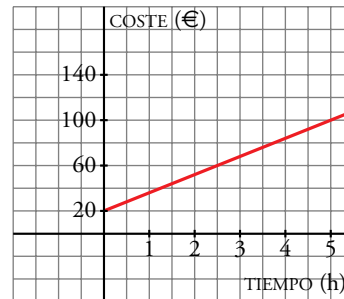
b) Si ha cobrado por una reparación 70,50 €, ¿cuánto tiempo ha invertido en la reparación?

TIEMPO (h)	1	2	3	4	5
COSTE (€)	33	48	63	78	93

b) $y = 18 + 15x$ donde x son las horas invertidas e y es el coste de la reparación.

$$\text{Si } y = 70,50 \rightarrow x = \frac{70,50 - 18}{15} = 3,5$$

Ha invertido 3 horas y media.



PIENSA Y RESUELVE

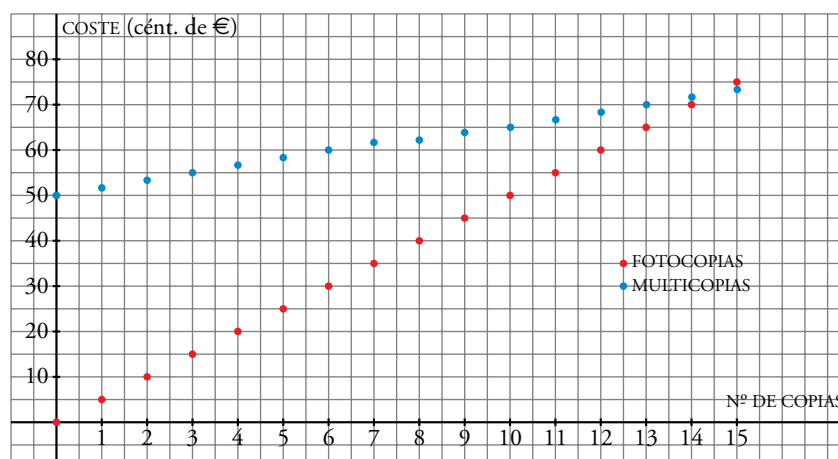
20 Una casa de reprografía cobra 5 cent. por cada fotocopia. Ofrece también un servicio de multicopia, por el que cobra 50 cent. fijos por el cliché y 1,50 cent. por cada copia de un mismo ejemplar.

Haz, para cada caso, una tabla de valores que muestre lo que hay que pagar según el número de copias realizadas. Representa las funciones obtenidas.

¿Tiene sentido unir los puntos en cada una de ellas? Obtén la expresión analítica de cada función. ¿A partir de cuántas copias es más económico utilizar la multicopista?

Nº DE FOTOCOPIAS	1	2	3	4	5	6
COSTE (cent. de €)	5	10	15	20	25	30

Nº DE MULTICOPIAS	1	2	3	4	5
COSTE (cent. de €)	51,5	53	54,5	56	57,5



No tiene sentido unir los puntos de cada una de ellas, ya que no se puede hacer una fracción de fotocopia, como, por ejemplo, $1/2$ fotocopia.

Fotocopias $\rightarrow y = 5x$ con $x \in \mathbb{N}$

Multicopias $\rightarrow y = 50 + 1,5x$ con $x \in \mathbb{N}$

Si nos fijamos en la gráfica, a partir de 15 copias es más económico utilizar la multicopista. Lo hacemos analíticamente, calculando cuándo el coste es el mismo para los dos métodos.

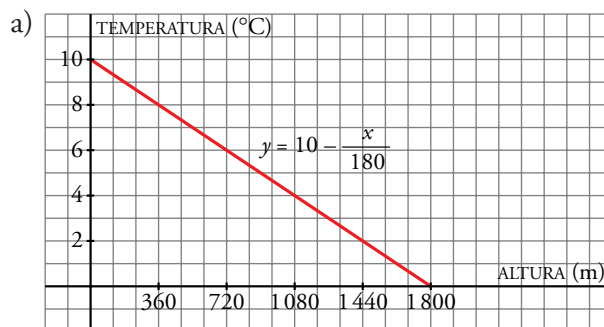
$$5x = 50 + 1,5x \rightarrow 3,5x = 50 \rightarrow x = 14,28$$

Por tanto, a partir de 15 copias es más económico utilizar la multicopista.

- 21** Mientras ascendíamos por una montaña, medimos la temperatura y obtuvimos los datos de esta tabla:

ALTURA (m)	0	360	720	990
TEMPERATURA (°C)	10	8	6	4,5

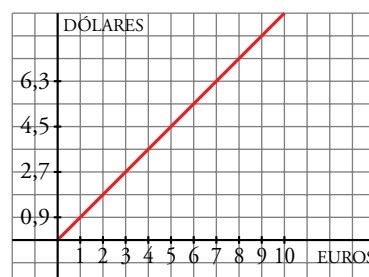
- a) Representa la función *altura-temperatura* y busca su expresión analítica.
b) ¿A partir de qué altura la temperatura es menor que 0°C ?



- b) A partir de 1 800 m, la temperatura es menor que 0°C

- 22** En un banco nos dan 10 euros por 9 dólares. Escribe la expresión analítica de la función que da el cambio de euros a dólares y represéntala. ¿De qué tipo es?

$$\left. \begin{array}{l} x \rightarrow \text{euros} \\ y \rightarrow \text{dólares} \end{array} \right\} y = \frac{9x}{10} = 0,9x \text{ es una función de proporcionalidad.}$$



23 Un triángulo isósceles tiene 20 cm de perímetro.

Llama x al lado desigual e y a los lados iguales. Haz una tabla de valores y, a partir de ella, escribe la relación entre x e y .

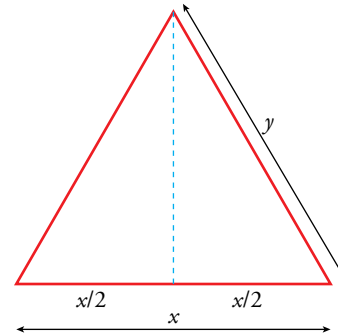
¿Qué tipo de función obtienes?

x	2	4	6	8	10
y	9	8	7	6	5

$$2y + x = 20$$

$$y = -\frac{x}{2} + 10$$

Es una función lineal



24 Determina el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x-3}$

b) $y = \sqrt{2x-7}$

c) $y = \sqrt{2-x}$

d) $y = \sqrt{-x}$

e) $y = \sqrt{x^2+1}$

f) $y = \sqrt[3]{2x}$

a) $Dom f = [3, +\infty)$

b) $Dom f = \left[\frac{7}{2}, +\infty\right)$

c) $Dom f = (-\infty, 2]$

d) $Dom f = (-\infty, 0]$

e) $Dom f = \mathbb{R}$

f) $Dom f = \mathbb{R}$

Página 123

25 Determina el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{5x-15}$

b) $y = \frac{2}{2x+7}$

c) $y = \frac{1}{4x-x^2}$

d) $y = \frac{-3}{x^2+1}$

e) $y = \frac{x}{x^2-9}$

f) $y = \frac{1-x}{x^2-x-6}$

a) $Dom f = \mathbb{R} - \{3\}$

b) $Dom f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{7}{2}\right\}$

c) $Dom f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$

d) $Dom f = \mathbb{R}$

e) $Dom f = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

f) $x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{matrix} 3 \\ -2 \end{matrix}$

$Dom f = \mathbb{R} - \{3, -2\}$

En todos los casos se han quitado del dominio de la función aquellos valores que anulan el denominador.

26 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

27 Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{4 - x^2}$

b) $y = \sqrt{x^2 - 9}$

c) $y = \sqrt{2x^2 - 5x}$

d) $y = \sqrt{x^2 - x - 6}$

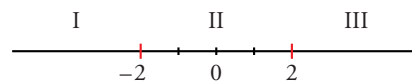
e) $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$

f) $y = \sqrt{x^2 - x + 5}$

a) $y = \sqrt{4 - x^2}$

Resolvemos $4 - x^2 = 0 \rightarrow x = \pm 2$

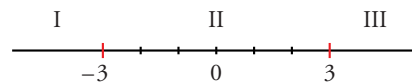
$$\left. \begin{array}{l} \text{I) Si } x < -2 \rightarrow 4 - x^2 < 0 \\ \text{II) Si } -2 < x < 2 \rightarrow 4 - x^2 > 0 \\ \text{III) Si } x > 2 \rightarrow 4 - x^2 < 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Dom } f = [-2, 2]$$



b) $y = \sqrt{x^2 - 9}$

$x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I) Si } x < -3 \rightarrow x^2 - 9 > 0 \\ \text{II) Si } -3 < x < 3 \rightarrow x^2 - 9 < 0 \\ \text{III) Si } x > 3 \rightarrow x^2 - 9 > 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Dom } f = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$$

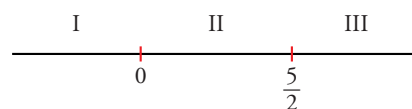


c) $y = \sqrt{2x^2 - 5x}$

$2x^2 - 5x = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x(2x - 5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{I) Si } x < 0 \rightarrow 2x^2 - 5x > 0 \\ \text{II) Si } 0 < x < 5/2 \rightarrow 2x^2 - 5x < 0 \\ \text{III) Si } x > 5/2 \rightarrow 2x^2 - 5x > 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Dom } f = (-\infty, 0] \cup \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$$

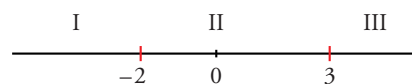


d) $y = \sqrt{x^2 - x - 6}$

$x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow$

$\rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$

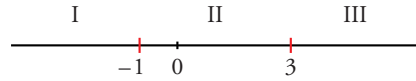
$$\left. \begin{array}{l} \text{I) Si } x < -2 \rightarrow x^2 - x - 6 > 0 \\ \text{II) Si } -2 < x < 3 \rightarrow x^2 - x - 6 < 0 \\ \text{III) Si } x > 3 \rightarrow x^2 - x - 6 > 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Dom } f = (-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$$



$$e) y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$$

$$-x^2 + 2x + 3 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{I) Si } x < -1 \rightarrow -x^2 + 2x + 3 < 0 \\ \text{II) Si } -1 < x < 3 \rightarrow -x^2 + 2x + 3 > 0 \\ \text{III) Si } x > 3 \rightarrow -x^2 + 2x + 3 < 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Dom } f = [-1, 3]$$

$$f) y = \sqrt{x^2 - x + 5}$$

$$x^2 - x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 20}}{2} \text{ No tiene solución.}$$

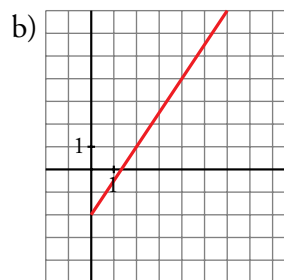
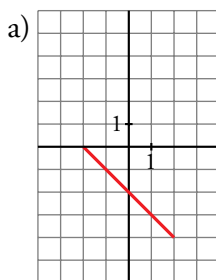
Luego, $x^2 - x + 5$ no se anula en ningún valor de x , es decir, es siempre mayor que cero o menor. Para averiguarlo, tomamos cualquier valor de x , por ejemplo $x = 0$, y lo sustituimos en la expresión:

$$x^2 - x + 5 = 0 - 0 + 5 > 0 \rightarrow \text{Dom } f = \mathbb{R}.$$

28 Representa las siguientes funciones para los valores en los que están definidas:

$$a) y = -x - 2 \text{ si } -2 \leq x \leq 2$$

$$b) y = \frac{3x - 4}{2} \text{ si } 0 \leq x \leq 6$$



29 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

30 Representa estas funciones:

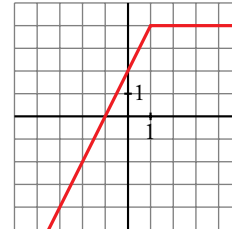
$$a) y = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x < 1 \\ 4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad b) y = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 0 \\ 3 - 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad c) y = \begin{cases} 3 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } 2 \leq x < 5 \\ 5 & \text{si } 5 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

$$a) y = \begin{cases} 2x + 2 & \text{si } x < 1 \\ 4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

El 1^{er} trozo de la función es la recta $y = 2x + 2$ definida para $x < 1$.

x	-1	0	0,9
y	0	-2	-3,8

La recta $y = 4$ definida para $x \geq 1$ es una recta paralela al eje X que pasa por $(1, 4)$.

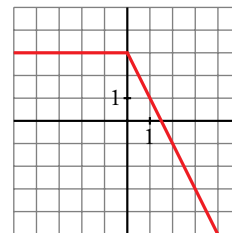


$$b) y = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 0 \\ 3 - 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

El 1^{er} trozo de función es la recta constante $y = 3$ definida para $x < 0$.

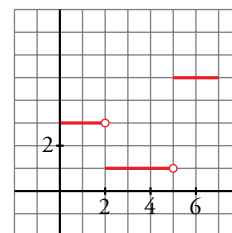
El 2^o trozo es la recta $y = 3 - 2x$ definida para $x \geq 0$:

x	0	1	3
y	3	1	-3



$$c) y = \begin{cases} 3 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } 2 \leq x < 5 \\ 5 & \text{si } 5 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

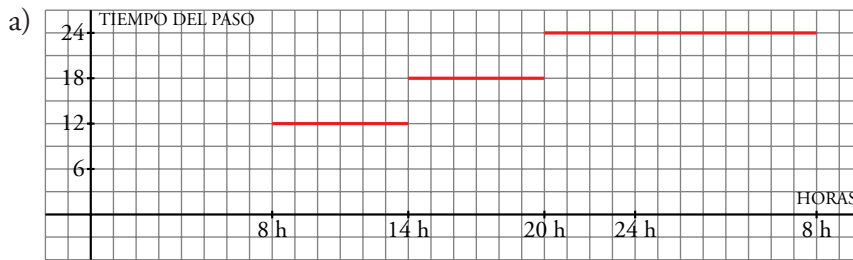
Los tres tramos de la función son rectas paralelas al eje X .



- 31** En las llamadas telefónicas interurbanas, el tiempo que dura cada paso del contador depende de la hora de la llamada:

De 8 h a 14 h	12 segundos
De 14 h a 20 h	18 segundos
De 20 h a 8 h del día siguiente	..	24 segundos

- Representa gráficamente la función que da la duración del paso del contador según la hora de la llamada para un día completo.
- Busca la expresión analítica de esa función.

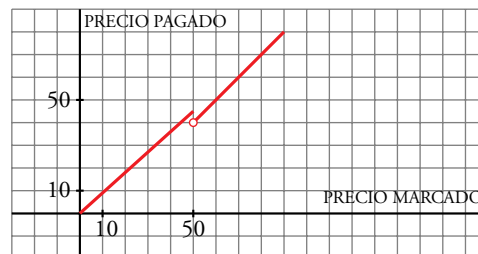


$$b) y = \begin{cases} 24 & \text{si } 0 < x \leq 8 \\ 12 & \text{si } 9 < x \leq 14 \\ 18 & \text{si } 14 < x \leq 20 \\ 24 & \text{si } 20 < x \leq 24 \end{cases}$$

32 En una tienda rebajan el 10% en compras inferiores a 50 € y el 20% si son superiores a 50 €. ¿Cuál es la relación entre el precio marcado (x) y el que pagamos (y)? Representala gráficamente.

$$y = \begin{cases} 0,9x & \text{si } 0 \leq x \leq 50 \\ 0,8x & \text{si } x > 50 \end{cases}$$

x	10	20	50	60	80
y	9	18	45	48	64



Página 124

33 Halla la expresión analítica de la función que se representa:

Buscamos la ecuación de cada uno de los tramos de rectas que forman la función:

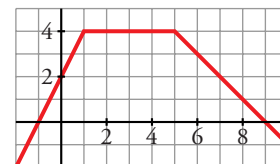
- Para $x < 1$ la recta pasa por $(0, 2)$ y $(1, 4)$:

$$m = 2 \rightarrow y = 2 + 2(x - 0) \rightarrow y = 2 + 2x$$

- Para $1 \leq x \leq 5$ la recta es $y = 4$.

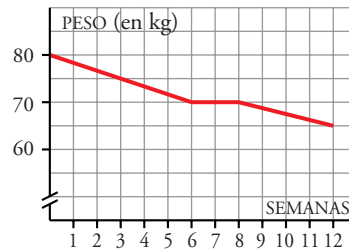
- Para $x \geq 5$ la recta pasa por $(5, 4)$ y $(9, 0)$:

$$m = -1 \rightarrow y = 4 - 1(x - 5) \rightarrow y = 9 - x$$



La expresión analítica de esa función es:
$$y = \begin{cases} 2 + 2x & \text{si } x < 1 \\ 4 & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ 9 - x & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

- 34** El médico ha puesto a Ricardo un régimen de adelgazamiento y le ha hecho esta gráfica para explicarle lo que espera conseguir en las 12 semanas que dure la dieta.



- a) ¿Cuál era su peso al comenzar el régimen?
 b) ¿Cuánto tiene que adelgazar por semana en la primera etapa del régimen?
 ¿Y entre la 6ª y la 8ª semana?
 c) Halla la expresión analítica de esa función.

a) Ricardo pesaba 80 kg al comenzar el régimen.

b) $\frac{5}{3} = 1,67$ kg por semana

Entre la 6ª y 8ª semana no tiene que adelgazar nada.

c) Buscamos la ecuación de cada uno de los tramos:

• Para $0 \leq x \leq 6$, la pendiente $m = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3}$ y $n = 80 \rightarrow$

$$\rightarrow y = -\frac{5}{3}x + 80$$

• Para $6 < x \leq 8$, $y = 70$

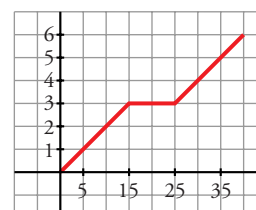
• Para $8 < x \leq 12$, $m = -\frac{5}{4}$ y pasa por (12, 65)

$$y - 65 = -\frac{5}{4}(x - 12) \rightarrow y = -\frac{5}{4}x + 80$$

Luego, la expresión analítica de esta función será:

$$y = \begin{cases} -\frac{5}{3}x + 80 & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ 70 & \text{si } 6 < x \leq 8 \\ -\frac{5}{4}x + 80 & \text{si } 8 < x \leq 12 \end{cases}$$

- 35** Busca la expresión analítica de esta función que muestra la altura a la que está un ascensor que sube hasta un 6º piso con una parada en el 3º.



Buscamos la ecuación de cada uno de los tramos:

• Para $0 \leq x \leq 15$, $m = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{1}{5}x$

• Para $15 < x \leq 25$, $\rightarrow y = 3$

• Para $25 < x \leq 40$, $m = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ y pasa por $(30, 4)$

$$y - 4 = \frac{1}{5}(x - 30) \rightarrow y = \frac{1}{5}x - 2$$

La expresión analítica buscada es:

$$y = \begin{cases} x/5 & \text{si } 0 \leq x \leq 15 \\ 3 & \text{si } 15 < x \leq 25 \\ (x/5) - 2 & \text{si } 25 < x \leq 40 \end{cases}$$

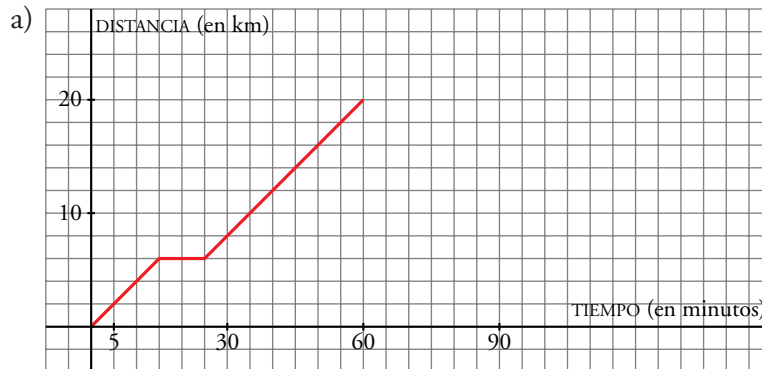
36 Un ciclista sale de excursión a un lugar que dista 20 km de su casa. A los 15 minutos de salida, cuando se encuentra a 6 km, hace una parada de 10 minutos. Reanuda la marcha y llega a su destino una hora después de haber salido.

a) Representa la gráfica *tiempo-distancia a su casa*.

b) ¿Lleva la misma velocidad antes y después de la parada?

(Suponemos que en cada etapa la velocidad es constante).

c) Busca la expresión analítica de la función que has representado.



b) Sí, lleva la misma velocidad antes y después de la parada, en 2 km tarda 5'.

c) Buscamos la ecuación de cada uno de los tramos:

• Si $0 \leq x \leq 15 \rightarrow m = \frac{2}{5}$ y pasa por $(0, 0) \rightarrow y = \frac{2}{5}x$

• Si $15 < x \leq 25 \rightarrow m = 0 \rightarrow y = 6$

• Si $25 < x \leq 60 \rightarrow m = \frac{2}{5}$ y pasa por $(60, 20)$

$$y - 20 = \frac{2}{5}(x - 60) \rightarrow y = \frac{2}{5}x - 4$$

La expresión analítica buscada es:

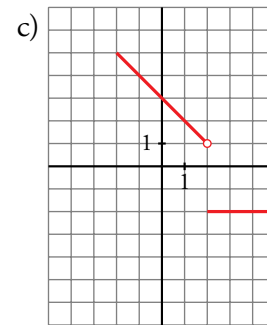
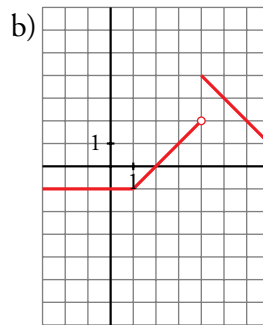
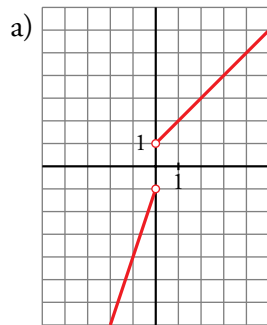
$$y = \begin{cases} (2/5)x & \text{si } 0 \leq x \leq 15 \\ 6 & \text{si } 15 < x \leq 25 \\ (2/5)x - 4 & \text{si } 25 < x \leq 60 \end{cases}$$

37 Representa las siguientes funciones definidas a trozos:

$$\text{a) } y = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < 0 \\ x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } y = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 1 \\ x - 2 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ 8 - x & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } y = \begin{cases} -x + 3 & \text{si } -2 \leq x < 2 \\ -2 & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$



REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

38 Averigua si los siguientes puntos están alineados comprobando si C pertenece a la recta que pasa por A y B :

$$A\left(\frac{1}{3}, 5\right), B\left(\frac{13}{3}, -3\right) \text{ y } C\left(\frac{100}{3}, -61\right)$$

Si la pendiente de la recta que pasa por A y B es la misma que la de la recta que pasa por B y C , entonces están alineados. Si no es así, no lo están.

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{-3 - 5}{\frac{13}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{-8}{\frac{12}{3}} = -\frac{8}{4} = -2 \\ m_{BC} &= \frac{-61 - (-3)}{\frac{180}{3} - \frac{13}{3}} = \frac{-58}{\frac{87}{3}} = -\frac{58}{29} = -2 \end{aligned} \right\} \text{ Están alineados.}$$

39 La expresión analítica de una función es de la forma:

$$y = ax^3 + bx + c$$

Si sabemos que los puntos $A(0, 0)$, $B(1, 4)$ y $C(2, -4)$ pertenecen a su gráfica, ¿cuáles serán los valores de a , b y c ?

Como A pertenece, entonces: $c = 0$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Como } B \text{ pertenece, entonces: } a + b = 4 \\ \text{Como } C \text{ pertenece, entonces: } 8a + 2b = -4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 6 \end{array}$$

40 Comprueba si los puntos $A(-13, -265)$, $B(0,1; 2,01)$ y $C\left(-\frac{3}{4}, -\frac{5}{16}\right)$ pertenecen a la gráfica de la función $y = -x^2 + 7x - 5$.

$$A(-13, -265): \text{ si } x = -13 \rightarrow y = -(-13)^2 + 7 \cdot (-13) - 5 = -265$$

$$B(0,1; 2,01): \text{ si } x = 0,1 \rightarrow y = -(0,1)^2 + 7 \cdot 0,1 - 5 = -4,31$$

$$\begin{aligned} C\left(-\frac{3}{4}, -\frac{5}{16}\right): \text{ si } x = -\frac{3}{4} \rightarrow y &= -\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 7 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) - 5 = \\ &= -\frac{9}{16} - \frac{21}{4} - 5 = -\frac{173}{16} \end{aligned}$$

Por tanto, A pertenece; pero ni B ni C pertenecen.

Página 125

41 Observa la gráfica de la función y responde:

- ¿Cuál es su dominio de definición?
- ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?
- ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?
- ¿Para qué valores de x es creciente y para cuáles es decreciente?

a) $Dom f = \mathbb{R}$

b) Máximo $\rightarrow (-2, 2)$

Mínimo $\rightarrow (0, -3)$

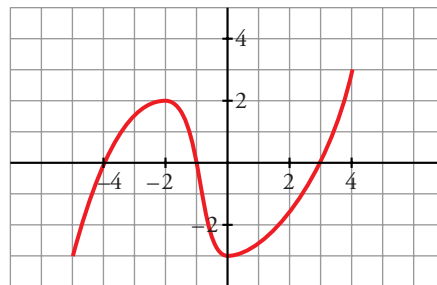
c) Puntos de corte:

Con el eje $X \rightarrow (-4, 0), (3, 0), (-1, 0)$

Con el eje $Y \rightarrow (0, -3)$

d) Creciente $\rightarrow (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$

Decreciente $\rightarrow (-2, 0)$



42 A la recta representada en este gráfico se le llama *bisectriz del primer cuadrante*.

a) Escribe su ecuación.

b) ¿Cuál es su pendiente? ¿Qué ángulo forma con el eje OX ?

c) Si una recta forma un ángulo de 60° con el eje OX , ¿su pendiente será mayor o menor que 1?

d) Escribe la ecuación de la bisectriz del segundo cuadrante.

e) ¿Cuál será la pendiente de las rectas paralelas a la bisectriz del segundo cuadrante?

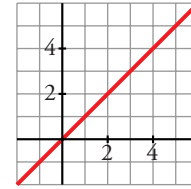
a) $y = x$

b) Su pendiente es 1 y forma 45° con el eje OX .

c) Su pendiente será mayor.

d) $y = -x$

e) $m = -1$



43 Di cuál es la pendiente de cada una de las siguientes rectas y di si son crecientes o decrecientes:

a) $y = \frac{3x-5}{2}$ b) $2x + y - 3 = 0$ c) $y - 7 = 0$ d) $y = -3 - \frac{1}{2}(x - 5)$

¿Qué relación existe entre el crecimiento o decrecimiento de una recta y su pendiente?

a) $m = \frac{3}{2} \rightarrow$ Creciente

b) $m = -2 \rightarrow$ Decreciente

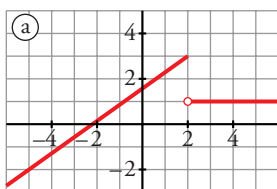
c) $m = 0 \rightarrow$ Ni creciente ni decreciente

d) $m = -\frac{1}{2} \rightarrow$ Decreciente

Una recta es creciente si su pendiente es positiva y decreciente si su pendiente es negativa.

PROFUNDIZA

44 Halla la expresión analítica de las funciones:



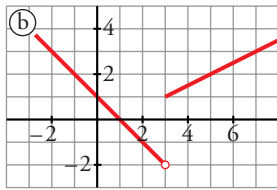
• Para $x \leq 2$, la recta pasa por $(2, 3)$ y $(-5, -2)$:

$$m = \frac{-2 - 3}{-5 - 2} = \frac{5}{7}$$

$$y - 3 = \frac{5}{7}(x - 2) \rightarrow y = \frac{5}{7}x + \frac{11}{7}$$

• Para $x > 2 \rightarrow y = 1$

La expresión analítica es:
$$y = \begin{cases} (5/7)x + 11/7 & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

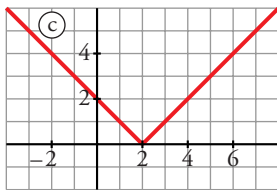


• Para $x < 3 \rightarrow n = 1$ y $m = -1 \rightarrow y = 1 - x$

• Para $x \geq 3 \rightarrow m = \frac{1}{2}$ y pasa por $(5, 2)$:

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 5) \rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

La expresión analítica buscada es $y = \begin{cases} 1 - x & \text{si } x < 3 \\ (1/2)x - 1/2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

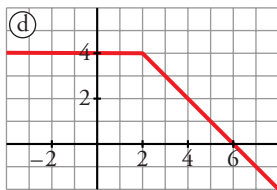


• Si $x \leq 2 \rightarrow n = 2$ y $m = -1 \rightarrow y = 2 - x$

• Si $x > 2 \rightarrow m = 1$ y pasa por $(4, 2)$

$$y - 2 = x - 4 \rightarrow y = x - 2$$

La expresión analítica es $y = \begin{cases} 2 - x & \text{si } x \leq 2 \\ x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$



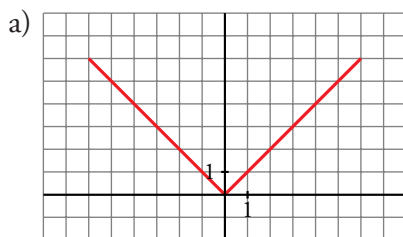
• Si $x \leq 2 \rightarrow y = 4$

• Si $x > 2 \rightarrow m = -1$ y pasa por $(6, 0) \rightarrow y = 6 - x$

La expresión analítica buscada es $y = \begin{cases} 4 & \text{si } x \leq 2 \\ 6 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

45 a) Representa $y = |x|$ (valor absoluto de x).

b) Representa: $y = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x > 0 \end{cases}$. Compárala con la anterior.



x	y
0	0
1	1
-1	1
2	2
-2	2

b) Es la misma gráfica que la anterior.

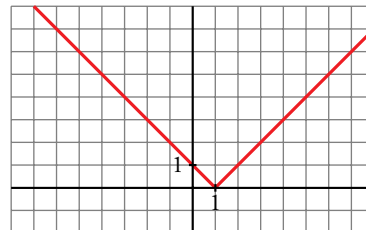
46 Haz la gráfica de las siguientes funciones:

a) $y = |x - 1|$

b) $y = 1 + |x|$

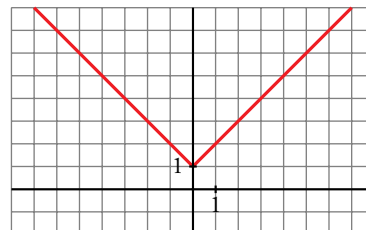
a) $y = |x - 1|$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	1	2



b) $y = 1 + |x|$

x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	2	3

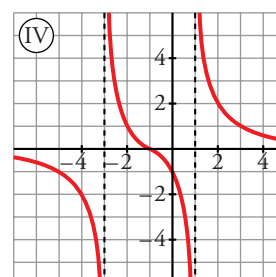
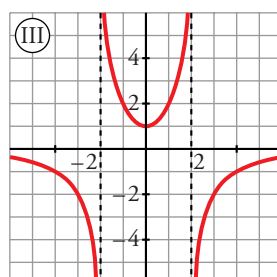
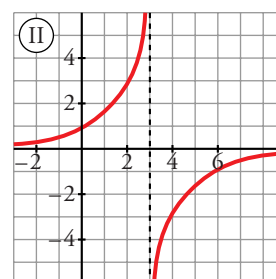
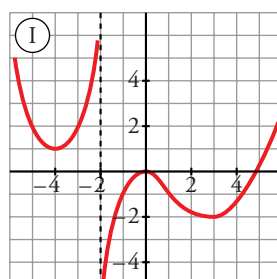


47 Las cuatro gráficas siguientes corresponden a funciones discontinuas.

a) Di cuáles son los puntos de discontinuidad. ¿Cuál es su dominio de definición?

b) Indica si tienen máximos o mínimos y di cuáles son.

c) ¿En qué intervalos son crecientes y en cuáles son decrecientes?



- a) I $Dom f = \mathbb{R} - \{-2\}$
Discontinuidad: $x = -2$
- II $Dom f = \mathbb{R} - \{3\}$
Discontinuidad: $x = 3$
- III $Dom f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$
Discontinuidades: $x = -2, x = 2$
- IV $Dom f = \mathbb{R} - \{-3, 1\}$
Discontinuidades: $x = -3, x = 1$
- b) I Máximo: $(0, 0)$
Mínimo: $(-4, 1), (3, -2)$
- II No tiene máximo ni mínimo.
- III Mínimo: $(0, 1)$
- IV No tiene máximo ni mínimo.
- c) I Creciente: $(-4, -2) \cup (-2, 0) \cup (3, +\infty)$
Decreciente: $(-\infty, -4) \cup (0, 3)$
- II Creciente: $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$
- III Creciente: $(0, 2) \cup (2, +\infty)$
Decreciente: $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$
- IV Decreciente: $(-\infty, -3) \cup (-3, 1) \cup (1, +\infty)$