

5.2 Capítulo: Los recipientes

Tema: Proporcionalidad y semejanza

Actividad 7

Tipo: grupo



Observa estos dos vasos de cristal. Son cuerpos de revolución perfectos, con forma de tronco de cono. Y además son **semejantes**, es decir, tienen la misma forma. Esto significa que la **proporción** entre cualquier par de medidas realizadas en el vaso pequeño no cambia si realizamos las mismas medidas en el vaso grande.

La altura del vaso pequeño es exactamente la mitad del grande. Como son semejantes, cualquier otra medida de longitud (como el diámetro de la boca, por ejemplo) también será el doble en el grande que en el pequeño.

Las siguientes preguntas no se refieren a sus longitudes, que ya sabemos qué proporción guardan, sino a los volúmenes y las áreas:

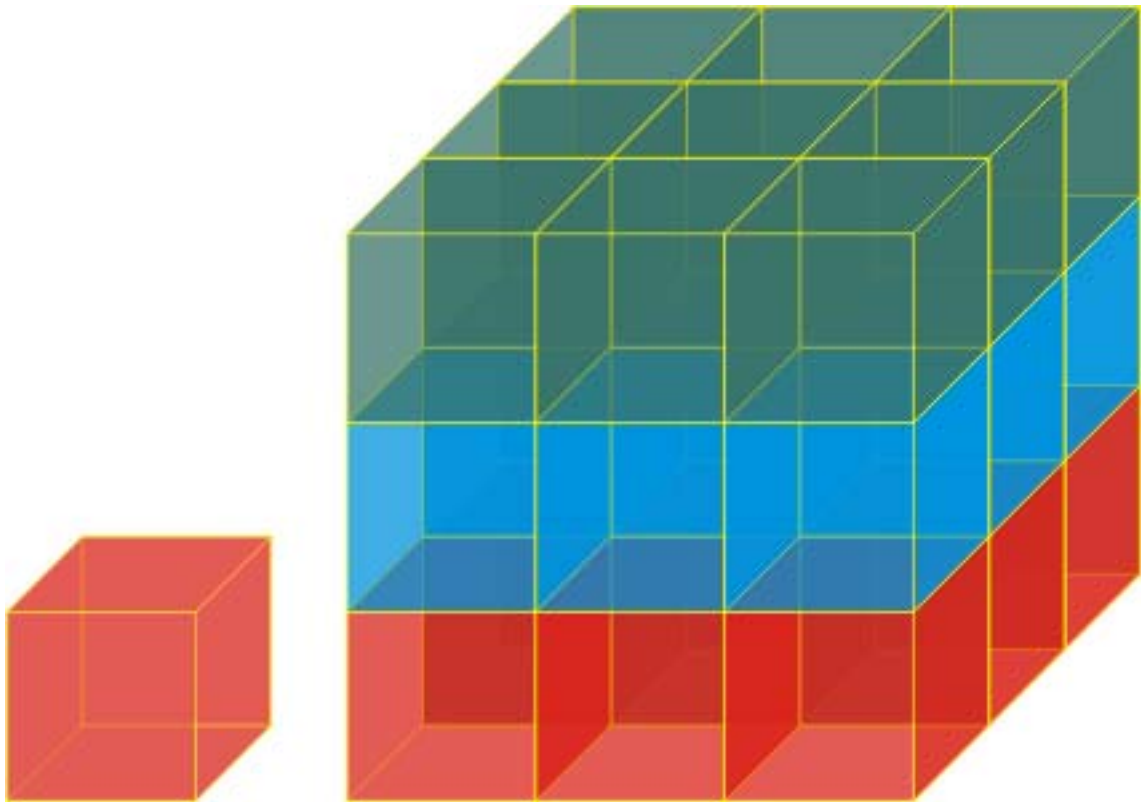
- ¿Cuántas veces ocupa más espacio el vaso grande que el pequeño? Es decir, ¿cuántas veces es mayor el volumen del vaso grande comparado con el pequeño? Si en el vaso pequeño cabe $\frac{1}{4}$ de litro de agua, ¿cuánta agua cabe en el grande?
- Ahora fíjate en la imagen impresa sobre esta hoja de los dos vasos. Son dos figuras planas con forma de trapecio isósceles ligeramente curvo. ¿Cuántas veces es mayor el área impresa del vaso grande respecto al pequeño?
- Cada vaso es un cuerpo de revolución engendrado por un trapecio rectángulo. Dibuja ese trapecio sobre cada vaso. ¿Qué proporción guardan entre sí las áreas de esos trapecios?
- Si ponemos los dos vasos sobre una mesa, el vaso mayor ocupa más superficie de la mesa. ¿Cuánta más, comparada con la que ocupa el pequeño?

Actividad 8a

Tipo: grupo

Si tomamos el cubito de la izquierda y lo ampliamos con un factor de escala 3, obtenemos el cubo grande de la derecha, que es 3 veces más ancho, 3 veces más largo (o profundo) y 3 veces más alto. Vamos a suponer que el cubo pequeño pesa un kilogramo, así que este es el peso que tiene que soportar su base.

Ahora, la base de cada cubito del piso inferior en el cubo grande soporta tres veces más: su propio peso y el de dos cubitos encima. **Al cambiar la escala se alteró la presión ejercida sobre la base.**



- ¿Cuántas veces es mayor el volumen del cubo grande que el pequeño? ¿Cuánto pesa el cubo grande?
- ¿Cuántas veces es mayor el área de la base del cubo grande que el pequeño?
- Al ampliar el cubo pequeño hasta obtener el grande, ¿ha aumentado lo mismo el volumen que el área de la base?

Lee atentamente este texto de un eminente científico inglés:

Es fácil demostrar que una liebre no podría ser tan grande como un hipopótamo, o una ballena tan pequeña como un arenque. Para cada tipo de animal existe el tamaño más conveniente, y un cambio de tamaño importante acarrearía inevitablemente un cambio de forma.

Tomemos el más obvio de todos los casos posibles, y consideremos un hombre gigante de 18 metros de alto, más o menos la estatura del gigante Pope y del gigante Pagan de los *Pilgrim's Progress* (*El progreso del peregrino*) ilustrados de mi niñez. Estos monstruos no sólo eran diez veces más altos que Cristian, sino que también eran diez veces más anchos y diez veces más gruesos, de modo que su peso total era mil veces el de éste, o sea unas ochenta o noventa toneladas. Por desgracia, la sección de sus huesos sólo era cien veces más grande que la de Cristian, de manera que cada centímetro cuadrado de los huesos del gigante tenía que soportar diez veces más peso que un centímetro cuadrado humano. De la misma manera que el hueso del muslo humano se rompe bajo un peso diez veces mayor que el del hombre, las piernas de Pope y Pagan se habrían roto cada vez que dieran un paso. Sin duda por ello estaban sentados en la imagen que recuerdo.

Volviendo a la zoología, supongamos que una gacela, esa graciosa criatura de largas y delgadas piernas, se vuelve grande; romperá sus huesos, a menos que haga una de estas dos cosas. Puede hacer sus piernas cortas y gruesas como las del rinoceronte, de manera que cada kilogramo de peso tenga aún el mismo área de hueso que la soporte. O puede comprimir su cuerpo y extender las piernas oblicuamente hacia fuera para ganar estabilidad, como la jirafa. Menciono estos dos animales porque pertenecen al mismo orden que la gacela, y ambos son mecánicamente acertados y notables corredores.

Contesta ahora a las siguientes preguntas:

- a) ¿Por qué los gigantes Pope y Pagan, además de ser diez veces más altos que Cristian, también eran diez veces más anchos y gruesos?
- b) ¿Por qué los gigantes tendrían que pesar unas ochenta o noventa toneladas?
¿Cuánto pesaba Cristian?
- c) ¿Por qué la sección de los huesos de los gigantes sólo era cien veces más grande que la de Cristian?
- d) ¿Por qué la sección de los huesos del gigante tenía que soportar diez veces más peso que la sección de los huesos de Cristian?
- e) ¿Por qué la gacela necesitaría cambiar su forma si se volviese más grande?