Rango de una matriz

Es el **número de filas o columnas linealmente independientes**, utilizando esta definición se puede calcular usando el método de Gauss.

También podemos decir que el rango es: **el orden de la mayor submatriz cuadrada no nula**. Utilizando esta definición se puede calcular el rango usando determinantes.

Cálculo del rango de una matriz por determinantes

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -7 \\ 3 & -2 & 1 & 17 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

1. Podemos descartar una línea si:.

Todos sus coeficientes son ceros.

Hay dos líneas iguales.

Una línea es proporcional a otra.

Una línea es combinación lineal de otras.

Suprimimos la tercera columna porque es combinación lineal de las dos primeras: $c_3 = c_1 + c_2$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -7 \\ 3 & -2 & 1 & 17 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -7 \\ 3 & -2 & 17 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Comprobamos si tiene rango 1, para ello se tiene que cumplir que al menos un elemento de la matriz no sea cero y por tanto su determinante no será nulo.

$|2| = 2 \neq 0$

3. Tendrá rango 2 si existe alguna submatriz cuadrada de orden 2, tal que su determinante no sea nulo.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$$

4. Tendrá rango 3 si existe alguna submatriz cuadrada de orden 3, tal que su determinante no sea nulo.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -7 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 17 \end{vmatrix} = 0 \qquad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

Como todos los determinantes de las submatrices son nulos no tiene rango 3, por tanto **r(B) = 2**.

5. Si tiene rango 3 y existe alguna submatriz de orden 4, cuyo determinante no sea nulo, tendrá rango 4. **De este mismo modo se trabaja para comprobar si tiene rango superior a 4..**