



2

ARITMÉTICA MERCANTIL

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

PARA PRACTICAR

Porcentajes

- 1** Una entrada de un cine costaba el año pasado 5,50 € y este año, 6,25 €.

¿Cuál ha sido el índice de variación? ¿Y el porcentaje de subida?

$$\text{Índice de variación} = \frac{6,25}{5,50} = 1,13\overline{6}$$

$$\text{Porcentaje de subida} = 13,64\%$$

- 2** Averigua el índice de variación del precio de un televisor que costaba 450 €, después de subirlo un 15% y rebajarlo en un 25%.

¿Cuál es el precio actual?

$$\text{Índice de variación} = 1,15 \cdot 0,75 = 0,8625$$

$$\text{Precio actual} = 450 \cdot 0,8625 = 388,13 \text{ €}$$

- 3** La cantidad de agua de un embalse ha disminuido en un 35% respecto a lo que había el mes pasado. Ahora contiene 74,25 millones de litros.

¿Cuántos litros tenía el mes pasado?

$$0,65x = 74,25 \rightarrow x = 114,23 \text{ millones de litros.}$$

- 4** Si el precio de un artículo ha pasado de 35 € a 100 € en unos años, ¿cuál es el índice de variación?

¿Cuál ha sido el aumento expresado en porcentajes?

$$\text{Índice de variación} = \frac{100}{35} = 2,8571. \text{ Ha aumentado un } 185,71\%.$$

Intereses

- 5** Un banco paga el 10% de interés anual. ¿Cuánto te darán al cabo de un año si depositas 18 500 €?

¿Y si lo dejas durante 5 años?

Al cabo de un año nos darán 1850 € de intereses; es decir, tendremos 20 350 €.

Al cabo de cinco años tendremos $18\,500 \cdot 1,1^5 = 29\,794,44$ €; es decir, 11 294,44 € de intereses.

- 6** ¿En cuánto se transforma un capital de 3 500 € depositados durante tres meses al 8,5% anual?

¿Y si se mantiene 5 años con periodos de capitalización trimestrales?

En tres meses:

$$8,5\% \text{ anual} \rightarrow \frac{8,5}{4} = 2,125 \text{ trimestral}$$

$$3\,500 \cdot 1,02125 = 3\,574,38 \text{ €}$$

En cinco años: (20 trimestres)

$$3\,500 \cdot 1,02125^{20} = 5\,329,78 \text{ €}$$

- 7** Un capital colocado al 15% anual durante cuatro años se ha convertido en 5 596,82 €.

¿A cuánto ascendía ese capital?

$$C \cdot (1,15)^4 = 5\,596,82 \rightarrow C = 3\,200 \text{ €}$$

- 8** ¿Cuántos años tiene que estar depositado un capital de 15 000 €, al 4,7% anual, para convertirse en 18 000 €?

$$18\,000 = 15\,000 \cdot \left(1 + \frac{4,7}{100}\right)^n \rightarrow n \approx 4$$

Debe permanecer 4 años.

- 9** Calcula el tanto por ciento anual al que se han de colocar 600 € para que en dos años se conviertan en 699,84 €.

$$600 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2 = 699,84 \rightarrow r = 8\%$$

- 10** Depositamos 32 500 € en un banco durante un año y medio y se convierten en 32 720 €.

¿Qué tanto por ciento mensual nos da el banco?

$$32\,720 = 32\,500 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{18} \rightarrow r = 0,037\% \text{ mensual}$$

Amortización de préstamos

- 11** Un comerciante pide un préstamo de 5 000 euros para devolver en un solo pago a los tres meses.

¿A cuánto debe ascender ese pago si el precio del dinero está al 12% anual?

12% anual es un 3% trimestral. El pago será de:

$$5\,000 \cdot 1,03 = 5\,150 \text{ €}$$

- 12** Recibimos un préstamo de 8 500 € al 15% anual, que hemos de devolver en un solo pago. ¿Cuántos años han transcurrido si al liquidarlo pagamos 14 866,55 €?

$$8500 \cdot (1,15)^t = 14866,55 \rightarrow t = 4 \text{ años}$$

- 13** Hemos de amortizar 50 000 € en 5 años, con un interés del 15%, de modo que cada año se paguen los intereses del capital pendiente más la quinta parte del capital total. Calcula lo que hay que pagar cada año.

	CAPITAL PENDIENTE	PAGO DE INTERESES	+	PAGO DE CAPITAL	=	PAGO ANUAL	DEUDA PENDIENTE
1.º año	50 000	$50\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	17 500	40 000
2.º año	40 000	$40\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	16 000	30 000
3.º año	30 000	$30\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	14 500	20 000
4.º año	20 000	$20\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	13 000	10 000
5.º año	10 000	$10\,000 \cdot 0,15$	+	10 000	=	11 500	0

- 14** Calcula el importe de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 50 000 € en 5 años al 15%. ¿Y si se paga en mensualidades?

$$\text{Anualidad} = a = 50\,000 \cdot \frac{1,15^5 \cdot 0,15}{1,15^5 - 1} = 14\,915,78 \text{ €}$$

$$\text{Mensualidad} = m = 50\,000 \cdot \frac{1,0125^{60} \cdot 0,0125}{1,0125^{60} - 1} = 1\,189,50 \text{ €}$$

PARA RESOLVER

- 15** En un examen de francés han aprobado el 60% de los estudiantes. En la recuperación de los suspendidos, aprueban el 30%. En total son 18 los aprobados. ¿Cuál es el porcentaje de aprobados? ¿Cuántos estudiantes son?

☛ Ten en cuenta que solo el 40% se presenta a la recuperación. Suma los porcentajes de los que aprueban.

$$\text{Porcentaje de aprobados} = 60\% + 0,3 \cdot 40\% = 72\%$$

$$0,72x = 18 \rightarrow x = 25 \text{ estudiantes hay en total.}$$

- 16** En un centro escolar, por cada 5 alumnos que aprueban todas las asignaturas hay 4 que suspenden alguna. ¿Qué fracción y qué porcentaje del total supone cada uno de los dos tipos?

$$\text{Aprueban todas } \frac{5}{9} \text{ del total, un } 55,56\%.$$

$$\text{Suspenden alguna } \frac{4}{9} \text{ del total, un } 44,44\%.$$

- 17** Calcula en cuánto se transforman 5 000 euros en un año al 10% si los periodos de capitalización son: a) semestres; b) trimestres; c) meses. Di, en cada caso, cuál es la T.A.E. correspondiente.

• a) 10% anual \rightarrow 5% durante 2 semestres \rightarrow T.A.E.: $(1 + 5/100)^2 \rightarrow 10,25\%$.

a) 10% anual = 5% semestral

$$5\,000 \cdot 1,05^2 = 5\,000 \cdot 1,1025 = 5\,512,50 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10,25\%$$

b) 10% anual = 2,5% trimestral

$$5\,000 \cdot 1,025^4 = 5\,000 \cdot 1,1038 = 5\,519,06 \text{ €} \rightarrow \text{T.A.E. del } 10,38\%$$

c) 10% anual = $\frac{10}{12}$ % mensual = $\frac{5}{6}$ % mensual

$$5\,000 \cdot \left(1 + \frac{5}{600}\right)^{12} = 5\,000 \cdot (1,008\bar{3})^{12} = 5\,000 \cdot 1,1047 = 5\,523,57 \text{ €} \rightarrow$$

\rightarrow T.A.E. del 10,47%

- 18** Si el precio del alquiler de un apartamento sube un 10% cada año, ¿cuántos años tardaría en duplicarse?

$$1,1^x = 2 \rightarrow x \approx 8 \text{ años.}$$

Página 67

- 19** Un banco paga el 2% trimestral. ¿Cuántos años tienen que estar depositados 2 000 euros para convertirse en 2 536,48 €?

$$2\,000 \cdot (1,02)^t = 2\,536,48 \rightarrow t = 12 \text{ trimestres} = 3 \text{ años}$$

- 20** Calcula la T.A.E. para un rédito anual del 10% con pagos mensuales de intereses.

$$10\% \text{ anual} = \frac{10}{12} \% \text{ mensual}$$

$$\text{Un capital } C \text{ se transforma en un año en } C \cdot \left(1 + \frac{10}{1200}\right)^{12}$$

Es decir, $C \cdot 1,1047$.

Por tanto, la T.A.E. será del 10,47%.

- 21** Compramos un electrodoméstico de 750 € y lo pagamos en 24 plazos mensuales con un interés del 13%. ¿Cuál será la cuota mensual?

$$m = 750 \cdot \frac{\left(1 + \frac{13}{1200}\right)^{24} \cdot \frac{13}{1200}}{\left(1 + \frac{13}{1200}\right)^{24} - 1} = 35,66 \text{ €}$$

- 22** Una persona paga un coche en sesenta mensualidades de 333,67 €. Si el precio del dinero está al 12% anual, ¿cuál sería el precio del coche si se pagara al contado?

• *Conocemos m y hay que calcular C . Sustituye los datos en la fórmula y despeja C .*

$$C = \frac{1,01^{60} - 1}{1,01^{60} \cdot 0,01} \cdot 333,67 \approx 15\,000 \text{ €}$$

- 23** Un ahorrador mete todos los años en la misma fecha 1 500 € en una cuenta que le produce el 6% anual. ¿Qué cantidad habrá acumulado al cabo de 3 años?

$$C = 1\,500 \cdot 1,06 \cdot \frac{1,06^3 - 1}{0,06} = 5\,061,92 \text{ €}$$

- 24** Un banco nos concede un préstamo al 6%, que hemos de amortizar en 7 anualidades de 14 330,80 € cada una. ¿Cuánto dinero nos prestó?

$$a = C \cdot \frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \rightarrow C = a \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

$$C = 14\,330,80 \cdot \frac{1,06^7 - 1}{1,06^7 \cdot 0,06} = 80\,000 \text{ €}$$

- 25** He recibido un préstamo de una financiera por el que tengo que pagar 10 anualidades de 1 413,19 €. ¿Cuál es la cantidad prestada si el rédito es el 10,5%?

$$C = 1\,413,19 \cdot \frac{1,105^{10} - 1}{1,105^{10} \cdot 0,105} = 8\,500 \text{ €}$$

- 26** Comprueba que si pagamos al final de cada año una anualidad de 2 500 € durante 8 años, al 5%, hemos pagado en total 23 872,77 €.

$$1.^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 7 \text{ años} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05^7$$

$$2.^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 6 \text{ años} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05^6$$

... ..

$$7.^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \text{ en } 1 \text{ año} \rightarrow 2\,500 \cdot 1,05$$

$$8.^{\text{a}} \text{ anualidad: } 2\,500 \rightarrow 2\,500$$

En total:

$$S = 2\,500 [1 + 1,05 + \dots + 1,05^6 + 1,05^7] = 2\,500 \cdot \frac{1,05^8 - 1}{1,05 - 1} = 23\,872,77 \text{ €}$$

- 27** Un trabajador ahorra 5 000 € anuales que ingresa en el banco al principio de cada año. Si el banco le da un 9,5% de interés, ¿qué cantidad tendrá al cabo de 10 años?

$$5\,000 \cdot 1,095 \cdot \frac{1,095^{10} - 1}{0,095} = 85\,192,59 \text{ €}$$

28 Ingreso en un banco 3 500 € al principio de cada año al 8% durante 5 años. ¿Cuánto dinero tendré al final del 5.º año?

1.º año → 3 500 en 5 años se convierte en $3\,500 \cdot 1,08^5$

2.º año → 3 500 en 4 años se convierte en $3\,500 \cdot 1,08^4$

... ..

5.º año → 3 500 en 1 año se convierte en $3\,500 \cdot 1,08$

En total, al final del 5.º año, tendremos:

$$S = 3\,500 [1,08 + 1,08^2 + \dots + 1,08^5] = 3\,500 \cdot \frac{1,08^6 - 1,08}{1,08 - 1} = 22\,175,75 \text{ €}$$

PARA PROFUNDIZAR

29 Una persona inicia un plan de pensiones a los 45 años, con cuotas mensuales de 200 € al 9% anual, con periodos de capitalización mensuales. ¿De qué capital dispondrá a los 65 años?

9% anual = 0,75% mensual

20 años = 240 mensualidades

$$C = 200 \cdot 1,0075 \cdot \frac{1,0075^{240} - 1}{0,0075} = 134\,579,20 \text{ €}$$